

Notes stage de troisième de Lina Foucher
Jeudi 17 février 2022

1. Calcul de l'aire d'un triangle dont les côtés sont de longueurs a , b et c

Comment tracer au tableau un tel triangle (étant donné les longueurs a , b et c) à la règle et au compas (ou au lacet de chaussure) ?

Modulo $O(3)$ il y a un seul tel triangle, et modulo $SO(3)$ il y en a deux (de même aire mais d'orientations opposées).

La formule donnant l'aire A est : $16 A^2 = (a+b+c) (a+b-c) (c+a-b) (b+c-a)$

2. Ruban de Möbius

Former deux rubans de Möbius. Découper le premier aux ciseaux au milieu, découper le second au tiers.

Notion de surface orientable, non orientable.

3. Dobble

Quels sont les entiers n au moins égaux à 3 pour lesquels on puisse former un jeu de Dobble respectant les règles suivantes :

Chaque carte porte n symboles.

Deux cartes ont exactement un symbole en commun.

Deux symboles apparaissent sur exactement une carte.

Le jeu de Dobble classique correspond à $n = 8$ et comporte 57 cartes et 57 symboles.

Fabriquer un mini-Dobble ($n = 3$) à la main.

Ce que l'on sait :

A. Pour une valeur possible de n , le jeu a $n^2 - n + 1$ cartes et $n^2 - n + 1$ symboles.

B. Si n est de la forme p^{k+1} avec p premier et k entier non nul, alors il y a un jeu de Dobble pour cet n .

C. Si n est congru à 2 ou 3 mod 4 et si n n'est pas une somme de deux carrés, alors il n'y a pas de jeu de Dobble pour cet n .

- D. La valeur $n = 11$ est la première pour laquelle aucune de ces deux règles ne permette de conclure. On a montré par ordinateur (1989) qu'il n'y a pas de jeu de Dobble pour $n = 11$.
- E. On ne sait pas s'il existe un jeu de Dobble pour $n = 13$.
- F. À l'heure actuelle, les seuls n pour lesquels on sait qu'un jeu de Dobble existe sont ceux de la forme $p^k + 1$, permettant la construction d'un plan projectif sur un corps de cardinal p^k .
- G. Pour $n = 10$, on sait qu'il existe un jeu de Dobble ne provenant pas du plan projectif sur F_9 .