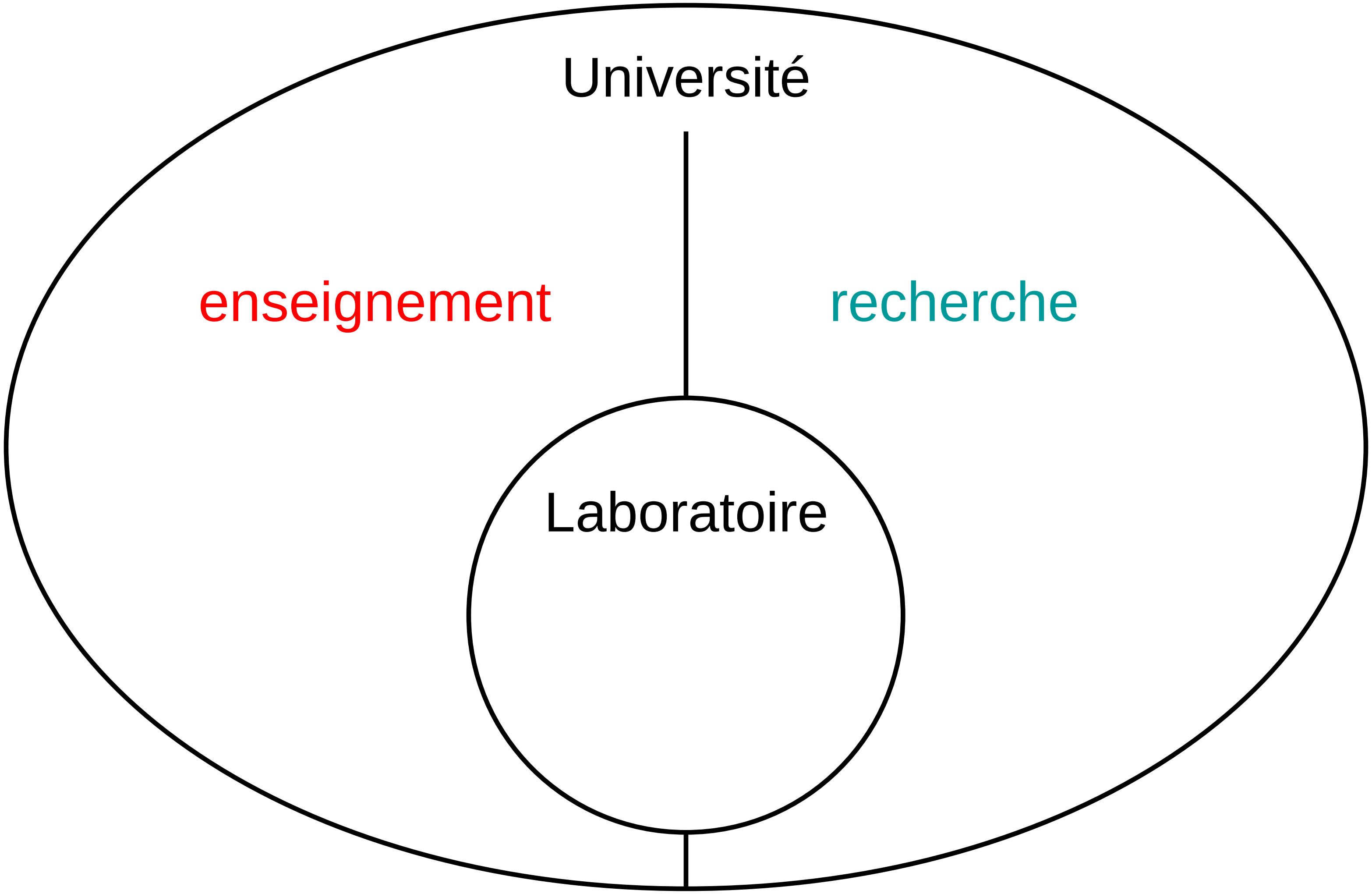
Urnes de Pólya :
une invitation à la recherche

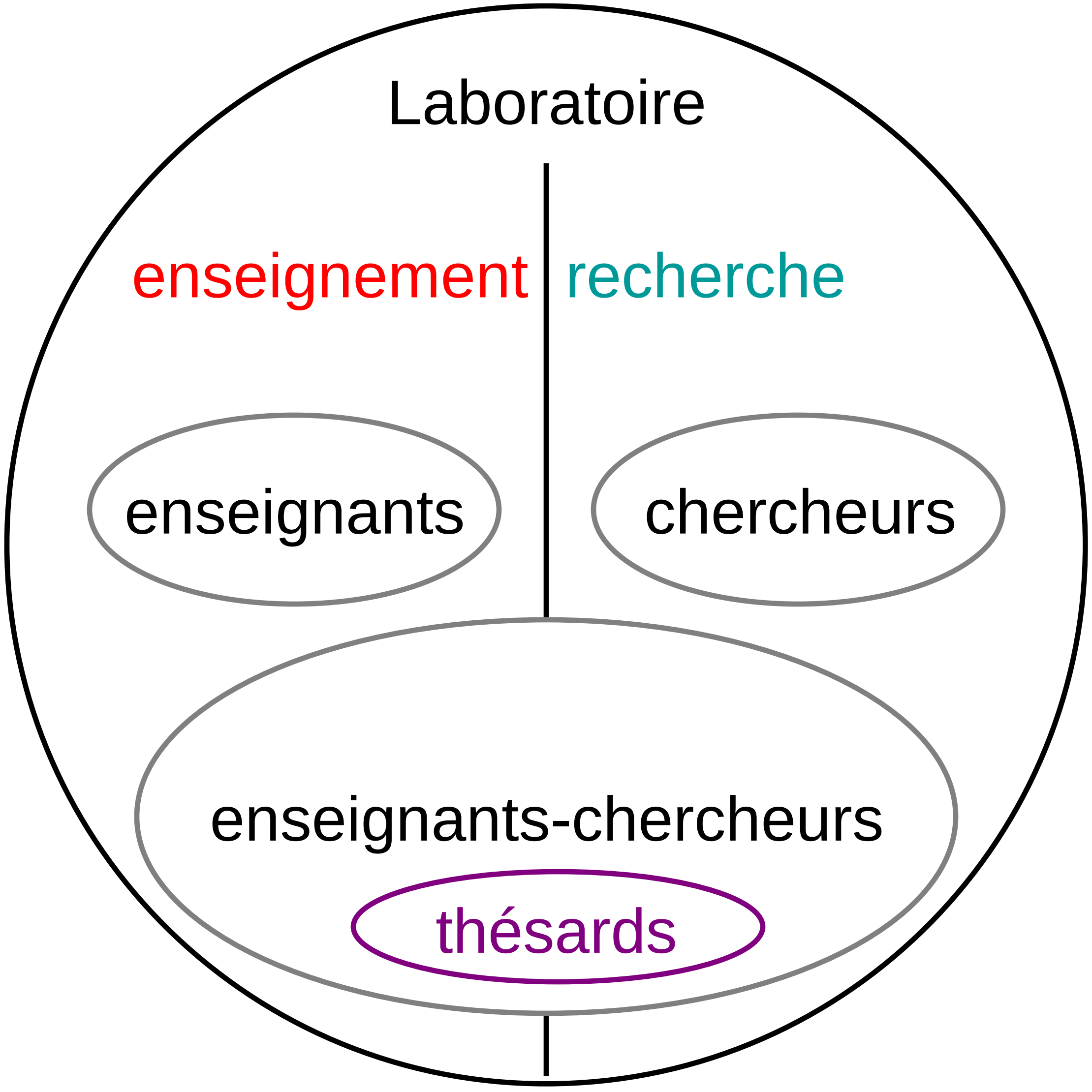
Cécile Mailler

Laboratoire de Mathématiques de Versailles
Université de Versailles St-Quentin

Qu'est ce qu'un laboratoire de mathématiques ?



Qu'est ce qu'un laboratoire de mathématiques ?



Être en thèse

Comment arriver en thèse ?

Bac Licence Master « recherche » Thèse

Et après la thèse ?

enseignement

recherche

L'Oréal
Google
Michelin
Banque
s
…

Être en thèse

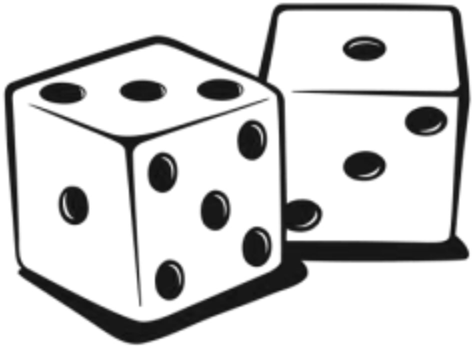
Directrices de thèse :

Sujet de thèse :

Arbres booléens aléatoires et urnes de Pólya : approches combinatoire et probabiliste.

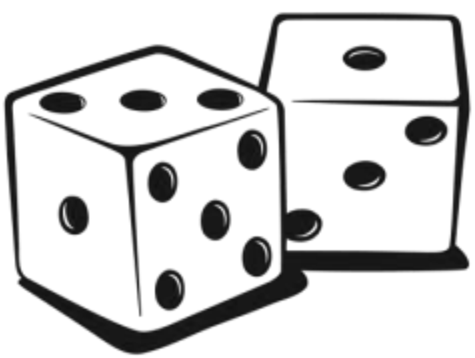
Les probabilités : « quantifier le hasard »

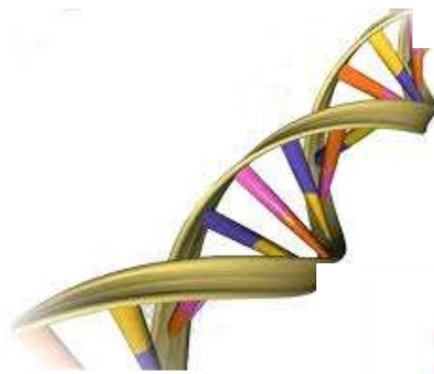
jeux



Les probabilités : « quantifier le hasard »

jeux

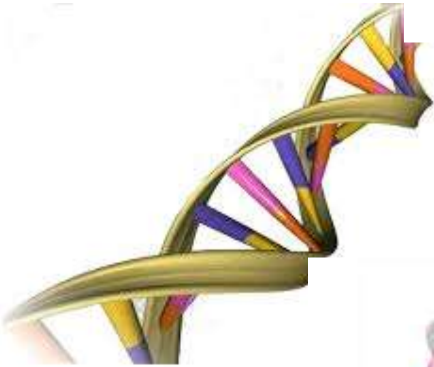




sciences

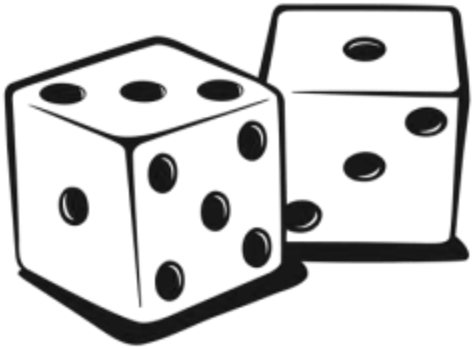
Les probabilités : « quantifier le hasard »

société



sciences

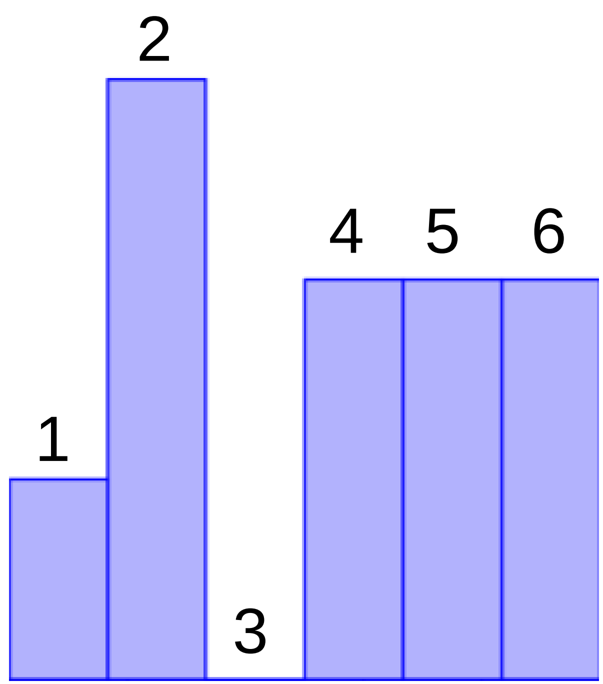
Les probabilités : « quantifier le hasard »



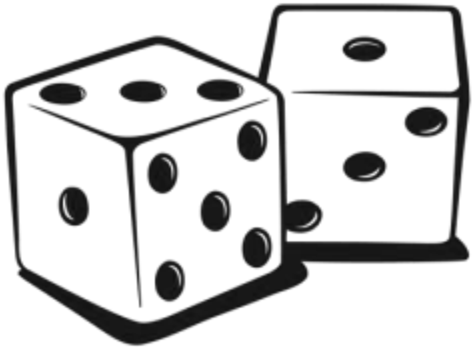
Je tire un dé, je note X le chiffre que j'obtiens :

$$\mathbb{P}(X = 6) = \frac{1}{6}$$

10 tirages



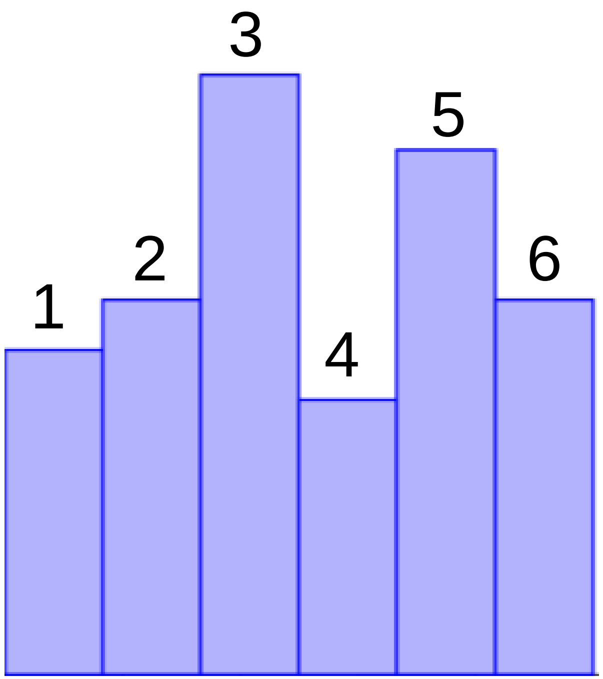
Les probabilités : « quantifier le hasard »



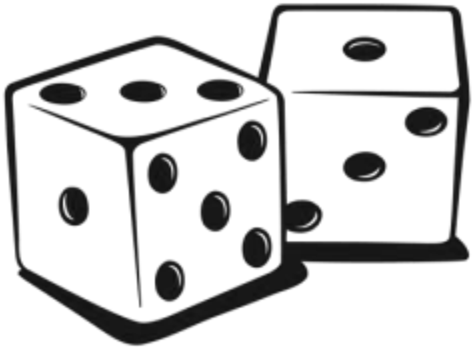
Je tire un dé, je note X le chiffre que j'obtiens :

$$\mathbb{P}(X = 6) = \frac{1}{6}$$

100 tirages



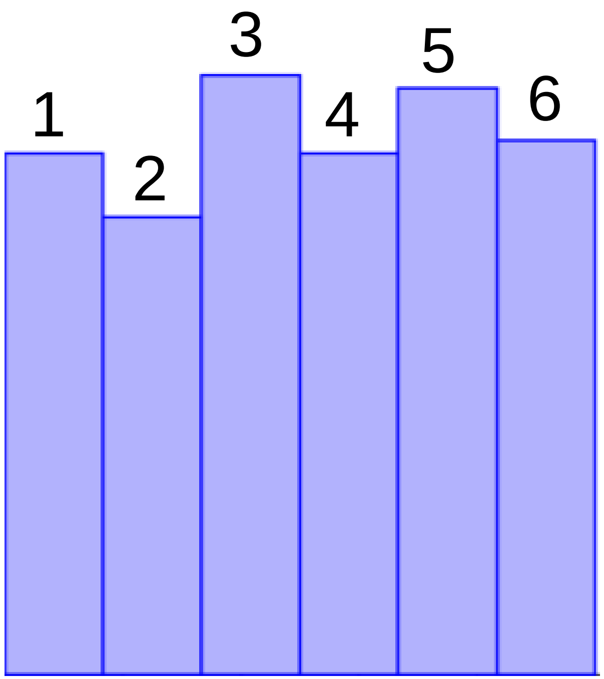
Les probabilités : « quantifier le hasard »



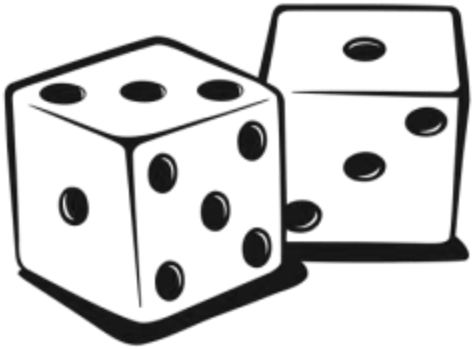
Je tire un dé, je note X le chiffre que j'obtiens :

$$\mathbb{P}(X = 6) = \frac{1}{6}$$

500 tirages

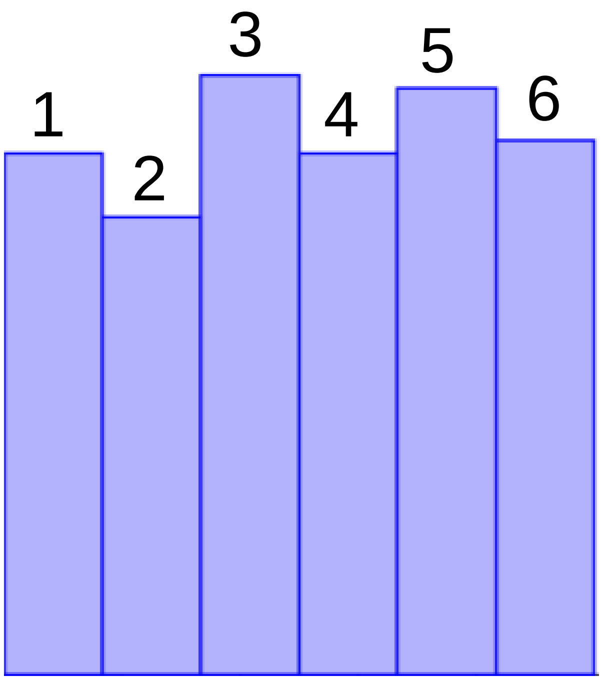


Les probabilités : « quantifier le hasard »



C'est la loi des grands nombres

500 tirages



Jacques Bernoulli
1654 - 1705

Les probabilités : « quantifier le hasard »

Pile ou face ?

$$\mathbb{P}(\text{pile}) = \mathbb{P}(\text{face}) = \frac{1}{2}$$

Je fais 100 tirages,
je note la proportion
de « face » obtenus :

Les probabilités : « quantifier le hasard »

Pile ou face ?

$$\mathbb{P}(\text{pile}) = \mathbb{P}(\text{face}) = \frac{1}{2}$$

Je fais 100 tirages,
je note la proportion
de « face » obtenus :
53%

Je fais cette expérience
500 fois :

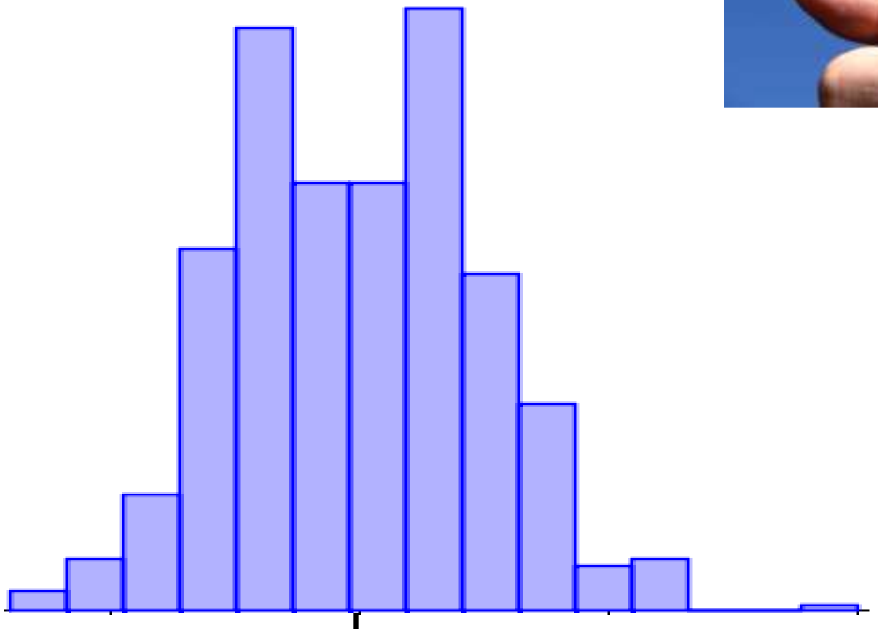
Les probabilités : « quantifier le hasard »

Pile ou face ?

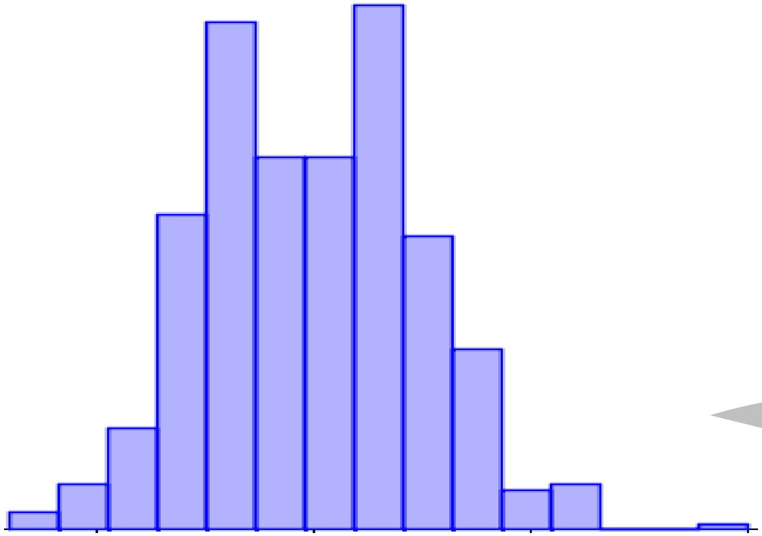
$$\mathbb{P}(\text{pile}) = \mathbb{P}(\text{face}) = \frac{1}{2}$$

Je fais 100 tirages,
je note la proportion
de « face » obtenus :
53%

Je fais cette expérience
500 fois :

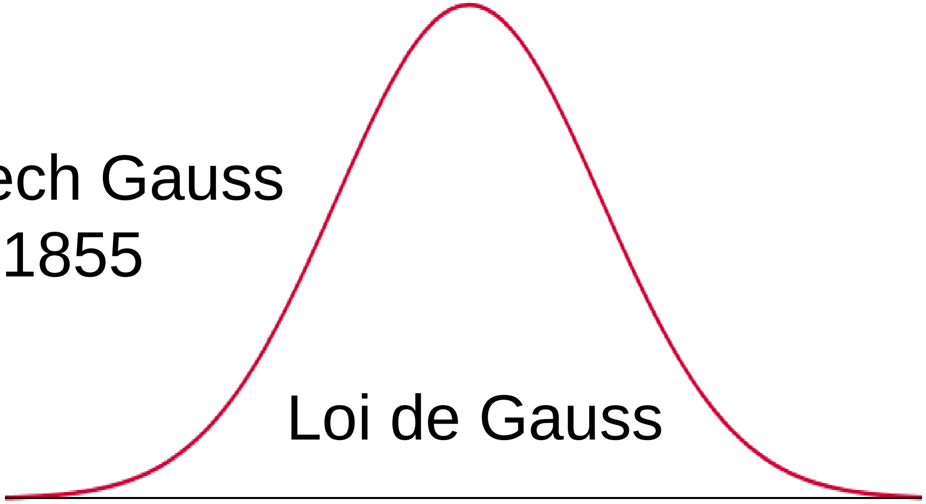


Les probabilités : « quantifier le hasard »



Abraham
de Moivre
1667 - 1754

Carl Friedriech Gauss
1777 - 1855



Les probabilités :
« modéliser des phénomènes complexes »

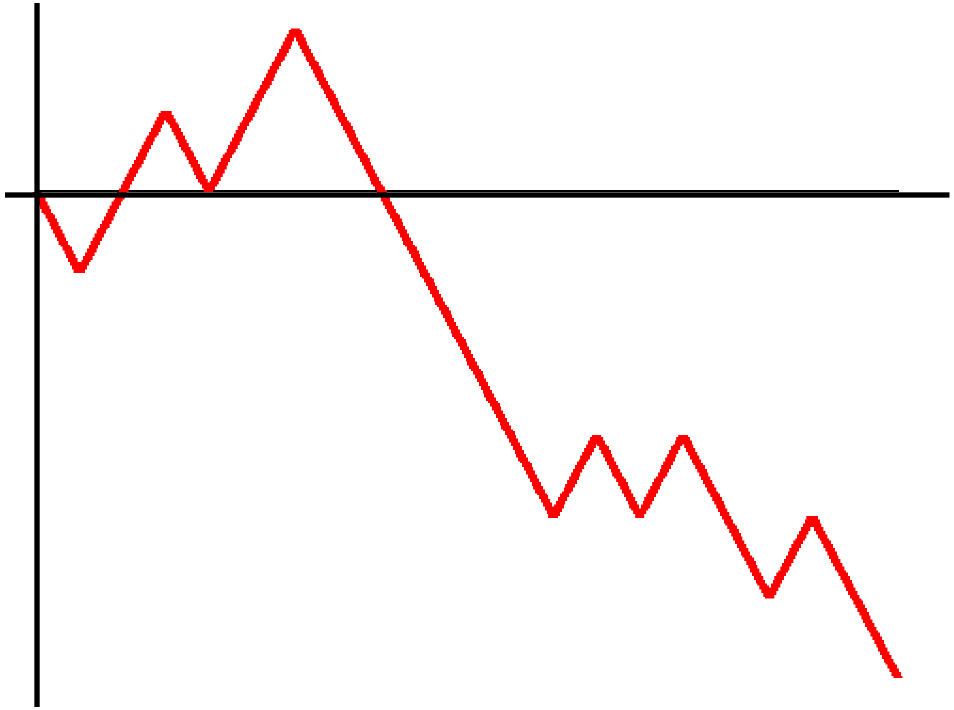
Marche aléatoire :

Les probabilités :
« modéliser des phénomènes complexes »

Marche aléatoire :

Les probabilités :
« modéliser des phénomènes complexes »

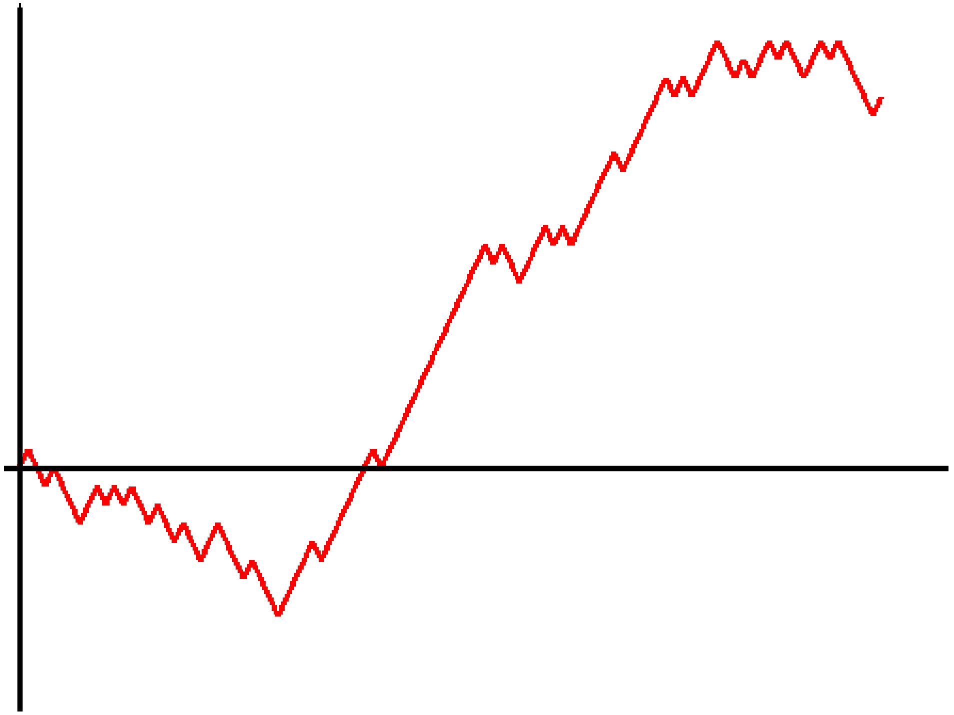
Marche aléatoire :



20 tirages

Les probabilités :
« modéliser des phénomènes complexes »

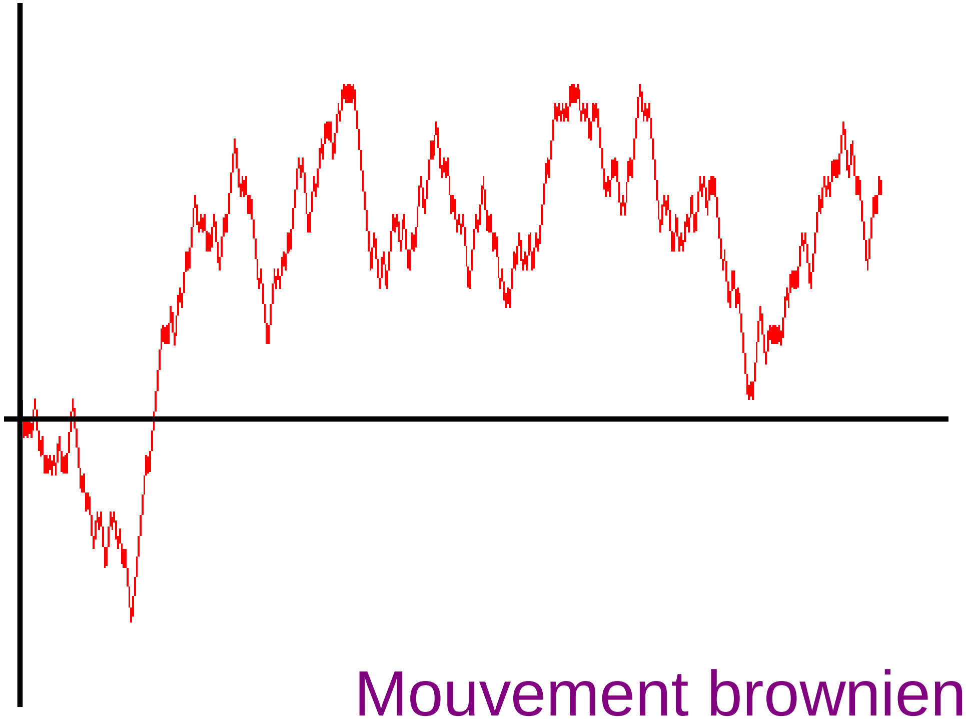
Marche aléatoire :



100 tirages

Les probabilités :
« modéliser des phénomènes complexes »

Marche aléatoire :



500 tirages

Mouvement brownien

Les probabilités :
« modéliser des phénomènes complexes »

Robert Brown
1773 - 1858

Mouvement de
pollen dans du gel

Les probabilités :
« modéliser des phénomènes complexes »

Robert Brown
1773 - 1858

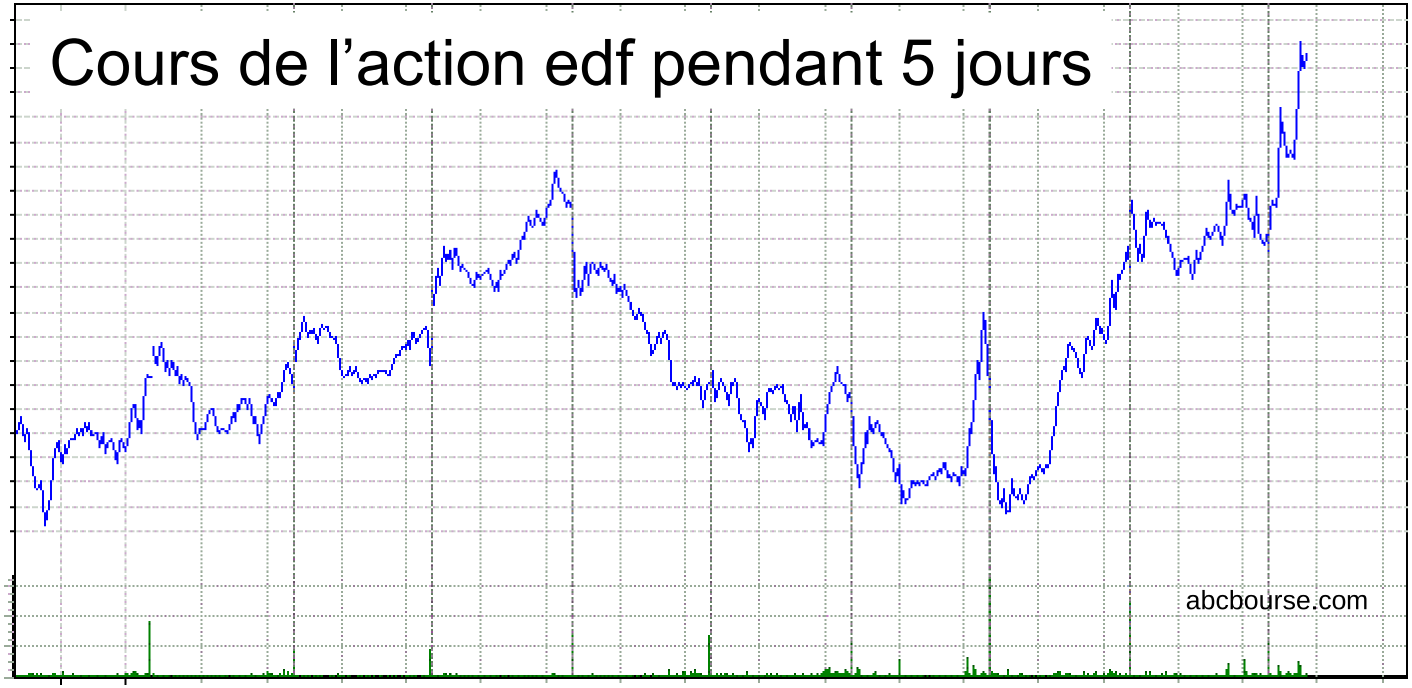
Mouvement de
pollen dans du gel

- retourne en zéro presque sûrement
- courbe continue mais nulle part dérivable

Les probabilités :
« modéliser des phénomènes complexes »

Robert Brown
1773 - 1858

Louis Bachelier
1870 - 1946



Les probabilités :
« modéliser des phénomènes complexes »

On simule le mouvement brownien à l'aide d'une marche à 1000 tirages.

On note l'ordonnée d'arrivée.

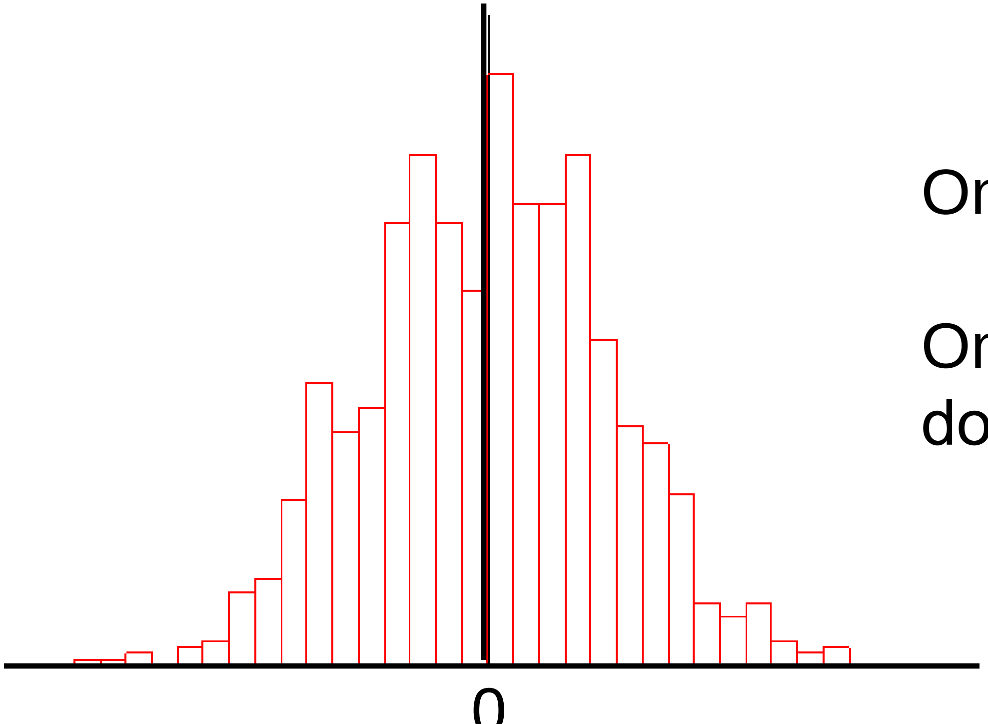
On fait 1000 marches.

On a donc noté 1000 points dont on fait l'histogramme.

Les probabilités :
« modéliser des phénomènes complexes »

On simule le mouvement brownien à l'aide d'une marche à 1000 tirages.

On note l'ordonnée d'arrivée.



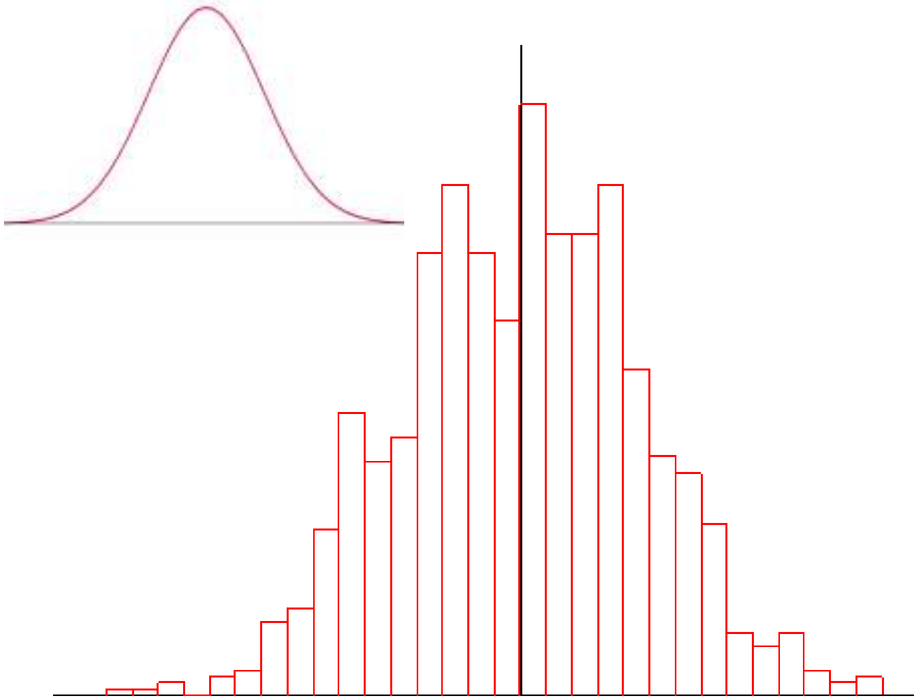
On fait 1000 marches.

On a donc noté 1000 points dont on fait l'histogramme.

Les probabilités :
« modéliser des phénomènes complexes »

On simule le mouvement brownien à l’aide d’une marche à 1000 tirages.

On note l’ordonnée d’arrivée.

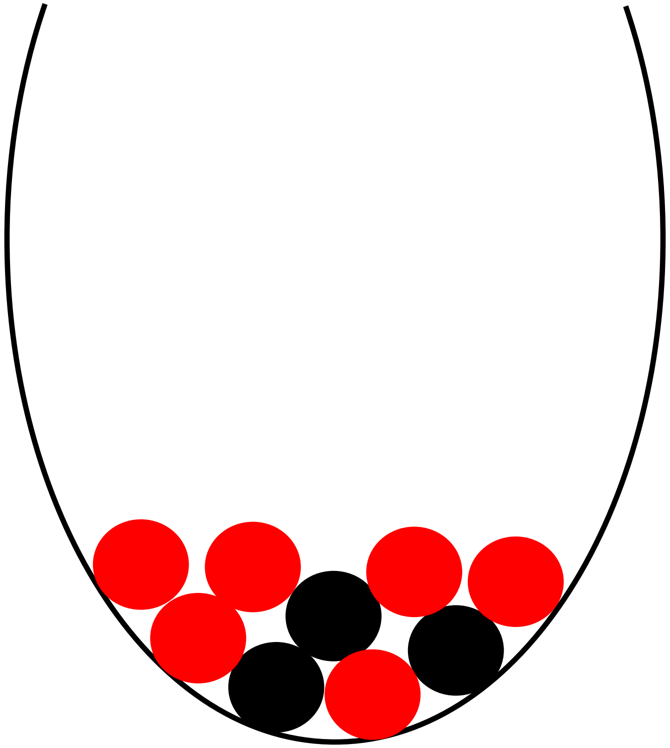


On fait 1000 marches.

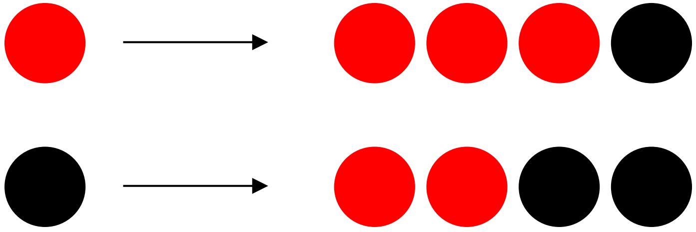
On a donc noté 1000 points dont on fait l’histogramme.

Mon sujet de thèse : les urnes de Pólya

George Pólya
1887 - 1985

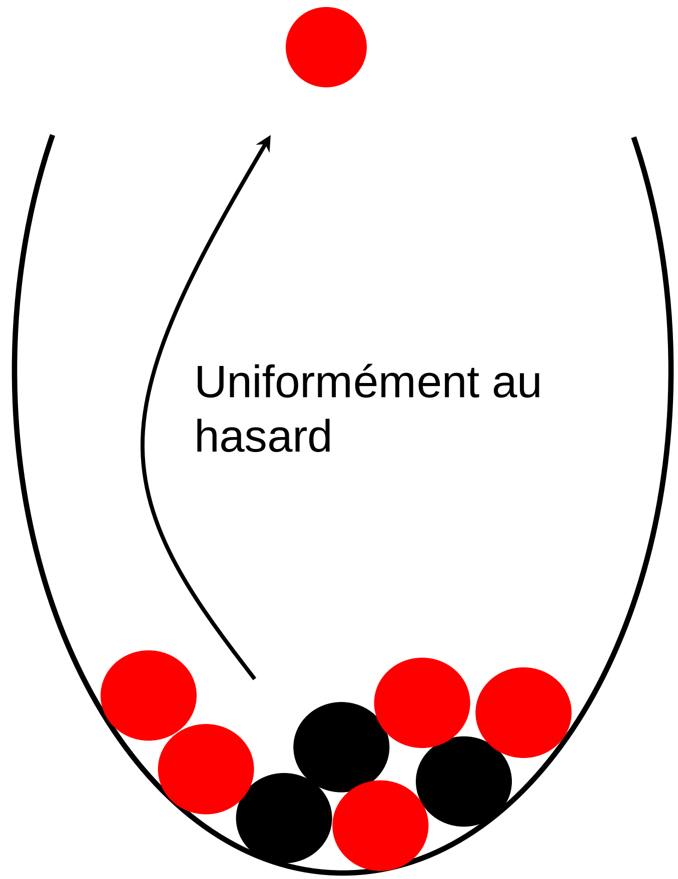


Règle de remplacement :

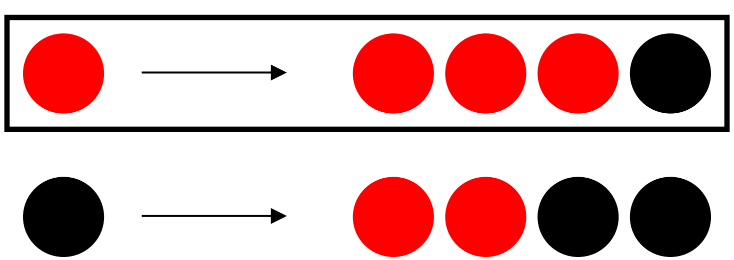


Mon sujet de thèse : les urnes de Pólya

George Pólya
1887 - 1985

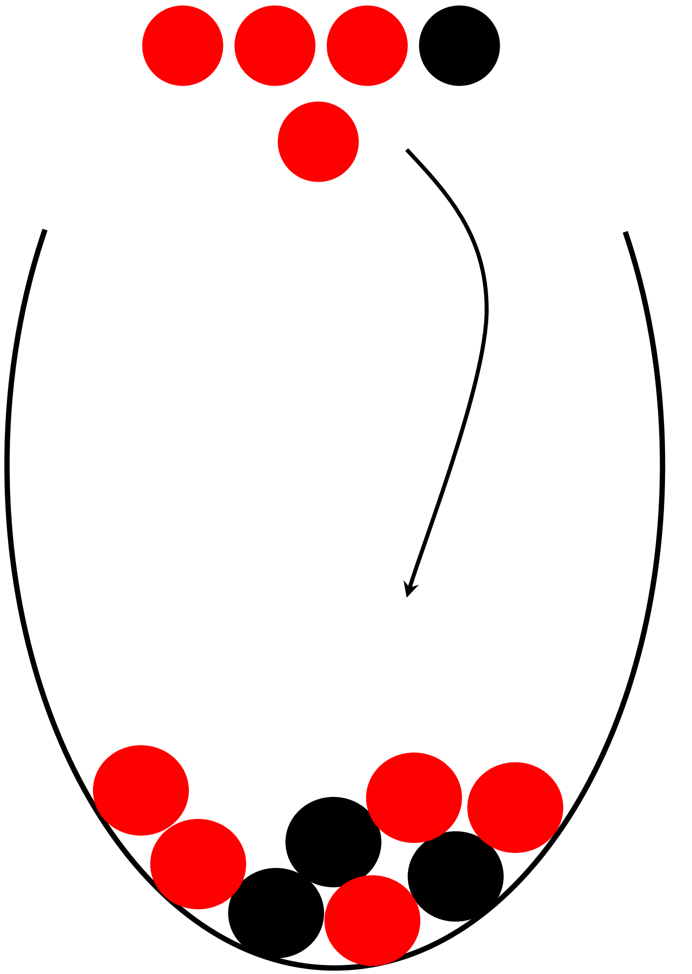


Règle de remplacement :

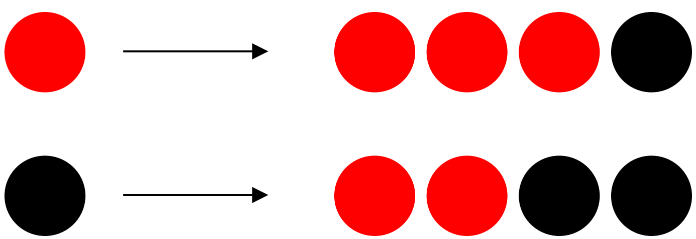


Mon sujet de thèse : les urnes de Pólya

George Pólya
1887 - 1985



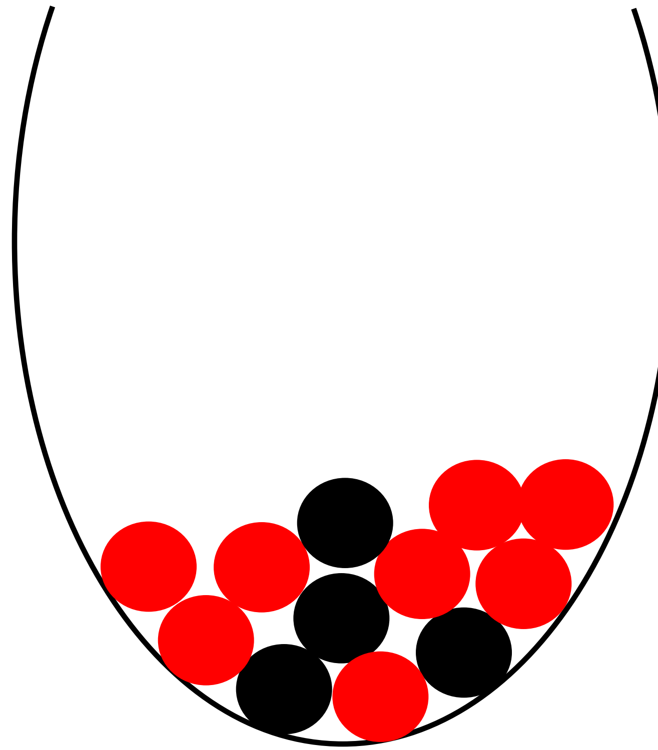
Règle de remplacement :



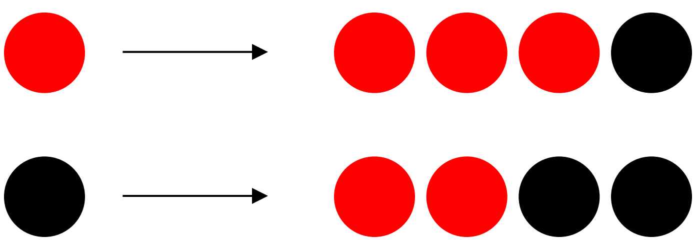
Mon sujet de thèse : les urnes de Pólya

George Pólya
1887 - 1985

et on recommence…



Règle de remplacement :

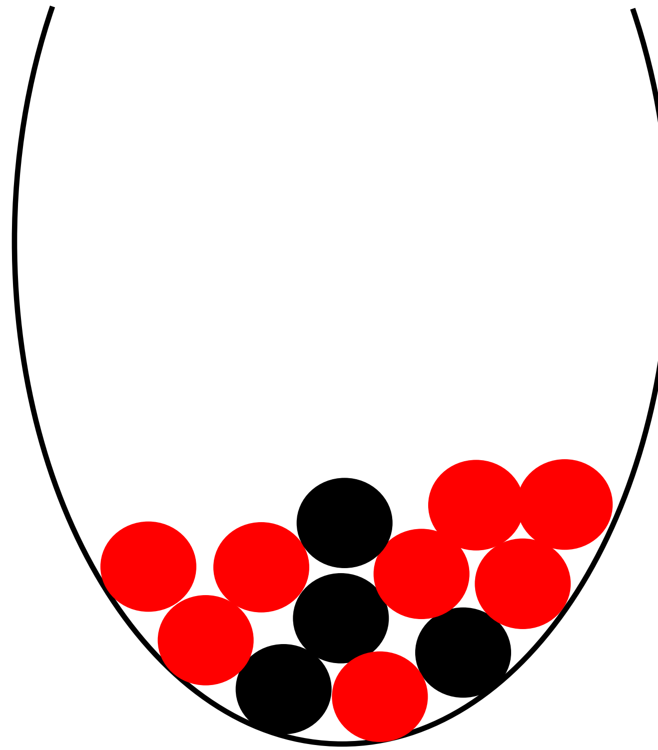


Mon sujet de thèse : les urnes de Pólya

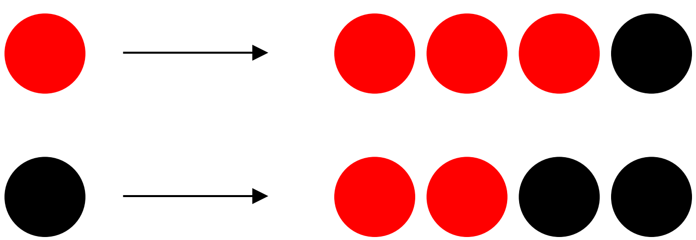
George Pólya
1887 - 1985

Quelle est la proportion de boules rouges après 100, 1000, n étapes ?

et on recommence…



Règle de remplacement :

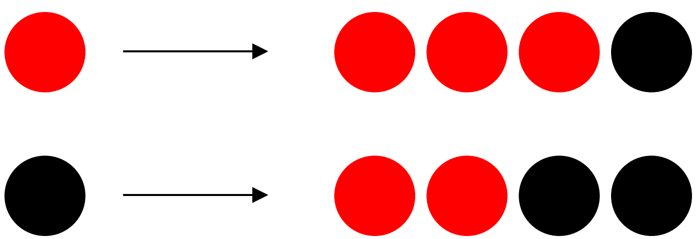


Mon sujet de thèse : les urnes de Pólya

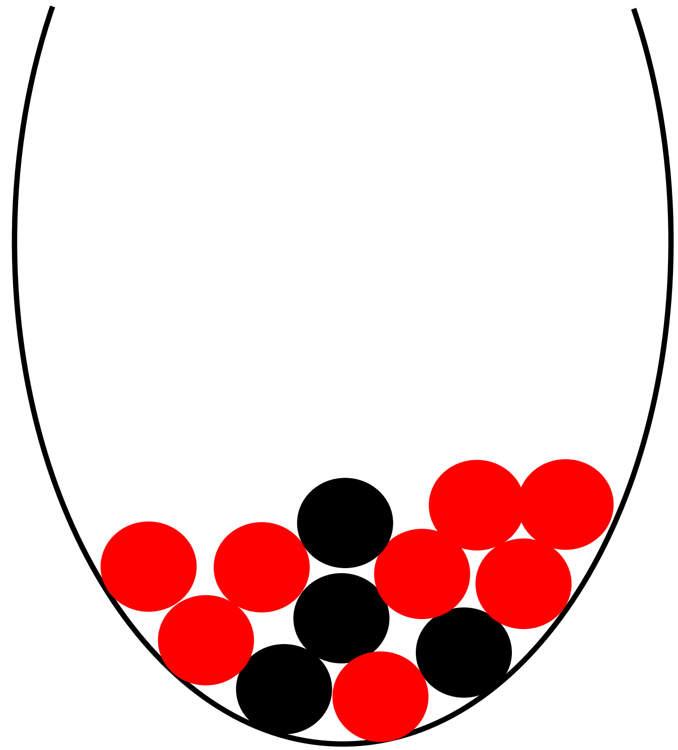
George Pólya
1887 - 1985

Quelle est la proportion de boules rouges après 100, 1000, n étapes ?

Règle de remplacement :



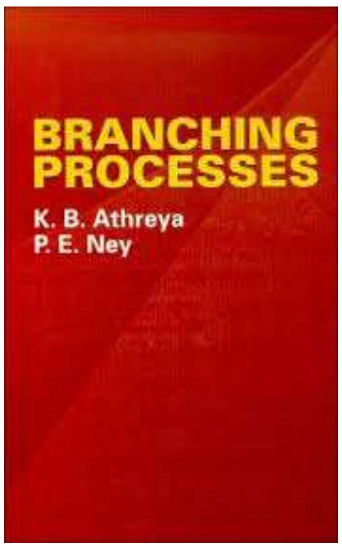
et on recommence…

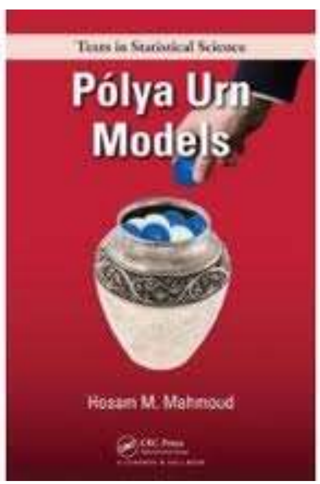


Comment aborder un projet de recherche ?

Comprendre ce qui est déjà connu sur le problème choisi :

livres





articles

Functional limit theorems for multitype branching processes and generalized Pólya urns

Svante Janson*

Department of Mathematics, Uppsala University, PO Box 480, Uppsala S-751 06, Sweden

Received 20 February 2003; received in revised form 11 November 2003; accepted 1 December 2003

Abstract

A functional limit theorem is proved for multitype continuous time Markov branching processes. As consequences, we obtain limit theorems for the branching process stopped by some stopping rule, for example when the total number of particles reaches a given level.

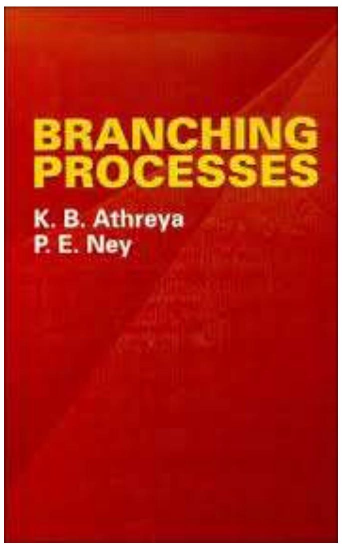
Using the Athreya–Karlin embedding, these results yield asymptotic results for generalized Pólya urns. We investigate such results in detail and obtain explicit formulas for the asymptotic variances and covariances. The general formulas involve integrals of matrix functions; we show how they can be evaluated and simplified in important special cases. We also consider the numbers of drawn balls of different types and functional limit theorems for the urns.

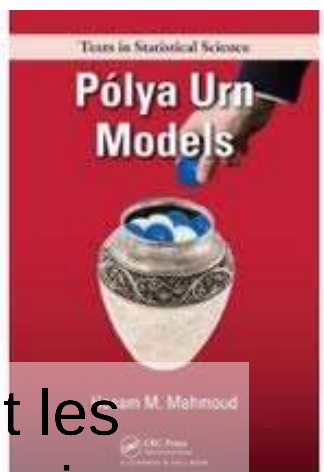
We illustrate our results by some examples, including several applications to random trees where our theorems and variance formulas give simple proofs of some known results; we also give some new results.

Comment aborder un projet de recherche ?

Comprendre ce qui est déjà connu sur le problème choisi :

livres





résument les résultats principaux déjà connus

articles

Functional limit theorems for multitype branching processes and generalized Pólya urns

Svante Janson*

derniers développements, résultats plus précis

Abstra

A functional limit theorem is proved for multitype continuous time Markov branching processes. As consequences, we obtain limit theorems for the branching process stopped by some stopping rule, for example when the total number of particles reaches a given level.

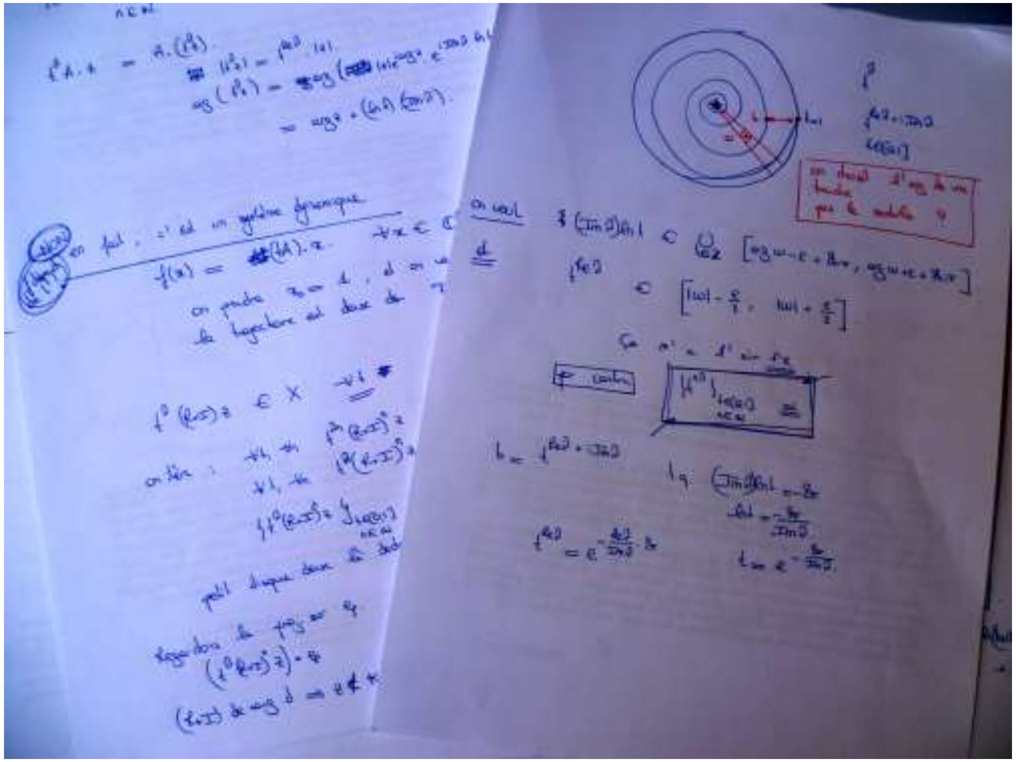
Using the Athreya–Karlin embedding, these results yield asymptotic results for generalized Pólya urns. We investigate such results in detail and obtain explicit formulas for the asymptotic variances and covariances. The general formulas involve integrals of matrix functions; we show how they can be evaluated and simplified in important special cases. We also consider the numbers of drawn balls of different types and functional limit theorems for the urns.

We illustrate our results by some examples, including several applications to random trees where our theorems and variance formulas give simple proofs of some known results; we also give some new results.

Comment aborder un projet de recherche ?

Puis, on travaille :

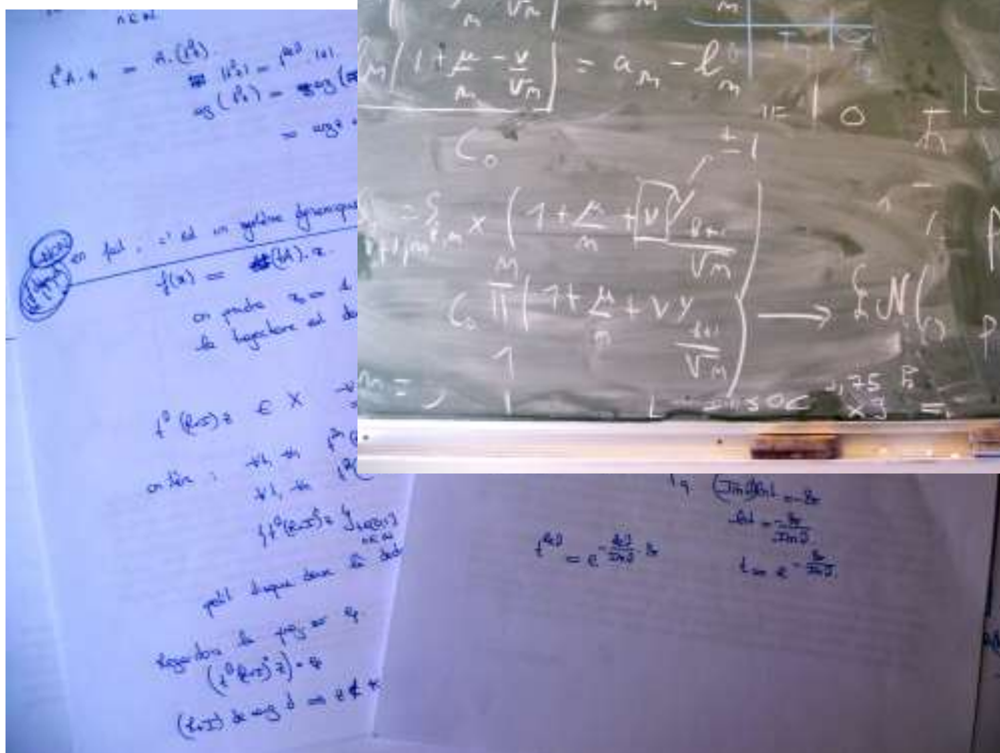
On choisit une direction, et on l'explore…

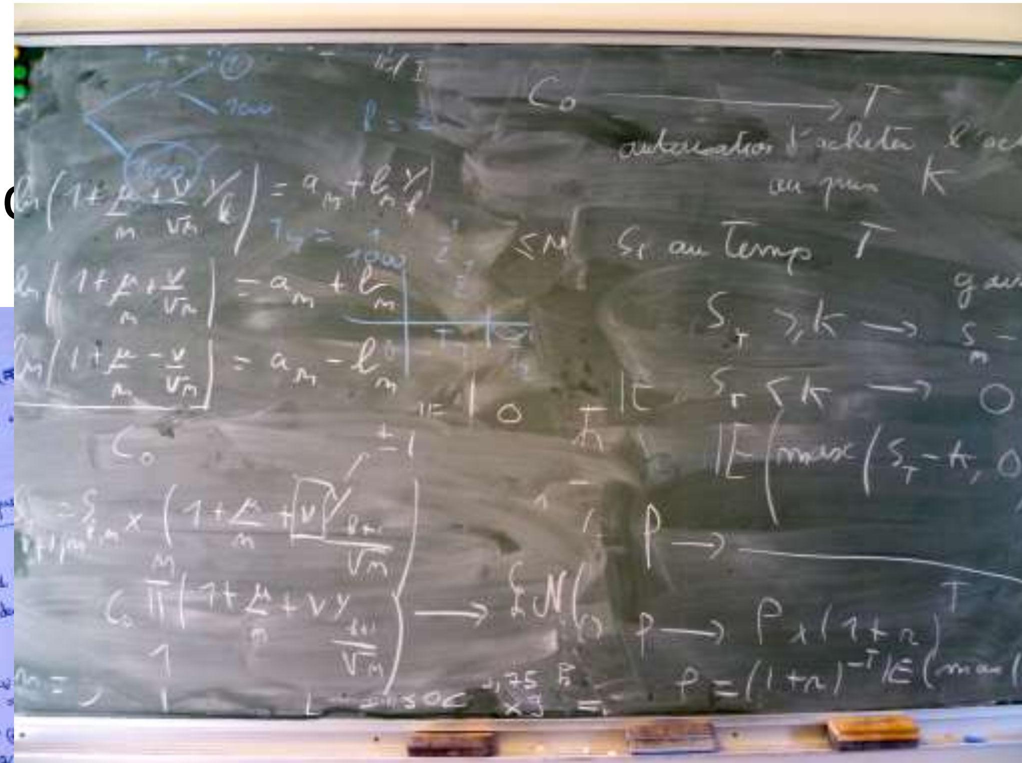


Comment aborder un projet de recherche ?

Puis, on travaille :

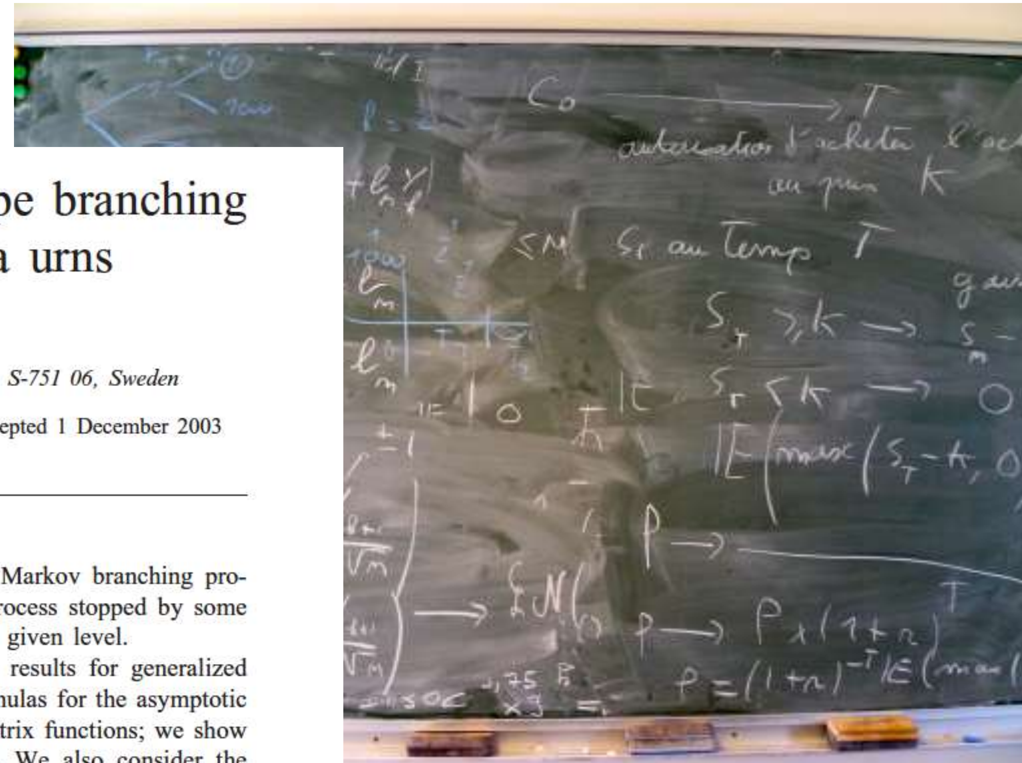
On choisit une direc





Comment aborder un projet de recherche ?

Puis, on travaille :



Functional limit theorems for multitype branching processes and generalized Pólya urns

Svante Janson*

Department of Mathematics, Uppsala University, PO Box 480, Uppsala S-751 06, Sweden

Received 20 February 2003; received in revised form 11 November 2003; accepted 1 December 2003

Abstract

A functional limit theorem is proved for multitype continuous time Markov branching processes. As consequences, we obtain limit theorems for the branching process stopped by some stopping rule, for example when the total number of particles reaches a given level.

Using the Athreya–Karlin embedding, these results yield asymptotic results for generalized Pólya urns. We investigate such results in detail and obtain explicit formulas for the asymptotic variances and covariances. The general formulas involve integrals of matrix functions; we show how they can be evaluated and simplified in important special cases. We also consider the numbers of drawn balls of different types and functional limit theorems for the urns.

We illustrate our results by some examples, including several applications to random trees where our theorems and variance formulas give simple proofs of some known results; we also give some new results.

Comment aborder un projet de recherche ?

Puis, on travaille :

rems for multitype branching
generalized Pólya urns

ante Janson*

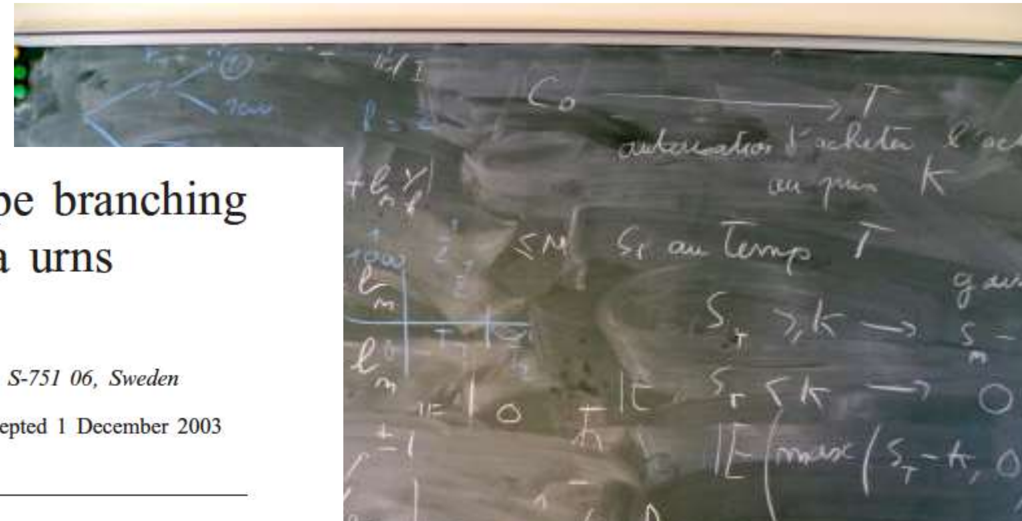
a University, PO Box 480, Uppsala S-751 06, Sweden

evised form 11 November 2003; accepted 1 December 2003

A functional limit theorem is proved for multitype continuous time Markov branching processes. As consequences, we obtain limit theorems for the branching process stopped by some stopping rule, for example when the total number of particles reaches a given level.

Using the Athreya–Karlin embedding, these results yield asymptotic results for generalized Pólya urns. We investigate such results in detail and obtain explicit formulas for the asymptotic variances and covariances. The general formulas involve integrals of matrix functions; we show how they can be evaluated and simplified in important special cases. We also consider the numbers of drawn balls of different types and functional limit theorems for the urns.

We illustrate our results by some examples, including several applications to random trees where our theorems and variance formulas give simple proofs of some known results; we also give some new results.



Comment aborder un projet de recherche ?

Puis, on travaille :

Comment aborder un projet de recherche ?

Smoothing equations for large Pólya urns[1]

May 29th 2013

BRIGITTE CHAUVIN, CÉCILE MAILLER, NICOLAS POUYANNE,

Université de Versailles-St-Quentin,
Laboratoire de Mathématiques de Versailles,
CNRS, UMR 8100,
45, avenue des Etats-Unis,
78035 Versailles CEDEX, France.

Comment aborder un projet de recherche ?

Smoothing equations for large Pólya urns[1]

May 29th 2013

Brigitte Chauvin, Cécile Mailler, Nicolas Pouyanne,

Université de Versailles-St-Quentin,
Laboratoire de Mathématiques de Versailles,
CNRS, UMR 8100,
45, avenue des Etats-Unis,
78035 Versailles CEDEX, France.

Theorem 9 *Let X and Y be integrable solutions of any fixed point equation* (15) *or* (18)*. Then, X and Y admit absolute moments of all orders $p \geq 1$ and the probability distributions of $|X|$, $|Y|$, X and Y are determined by their moments.*

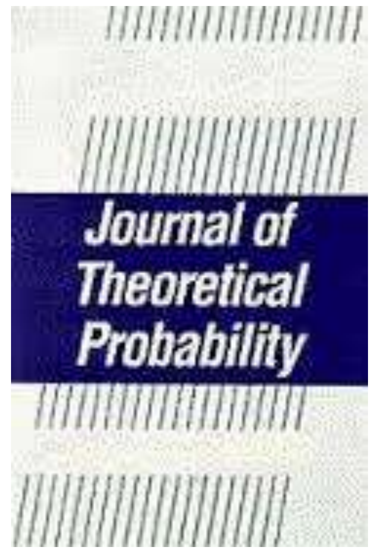
Publier ses résultats

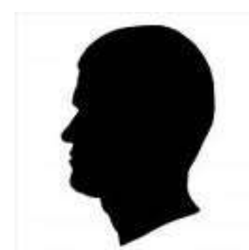
Smoothing equations for large Pólya urns[1]

May 29th 2013

BRIGITTE CHAUVIN, CÉCILE MAILLER, NICOLAS POUYANNE,

Université de Versailles-St-Quentin,
Laboratoire de Mathématiques de Versailles,
CNRS, UMR 8100,
45, avenue des Etats-Unis,
78035 Versailles CEDEX, France.





processus de soumission

Diffuser ses résultats

et appendre encore plus
de nouvelles choses…

Diffuser ses résultats

c

oses…

Conclusion

- les probabilités, c'est chouette : utiles en sciences, dans la société, intéressant en soi ;

Conclusion

- les probabilités, c’est chouette : utiles en sciences, dans la société, intéressant en soi ;

- la recherche, c’est chouette : un métier varié, passionnant, où l’on apprend sans cesse ;

Conclusion

- les probabilités, c'est chouette : utiles en sciences, dans la société, intéressant en soi ;

- la recherche, c'est chouette : un métier varié, passionnant, où l'on apprend sans cesse ;

- transmettre cette passion, c'est chouette aussi : enseigner, venir vous voir aujourd'hui, …

Conclusion

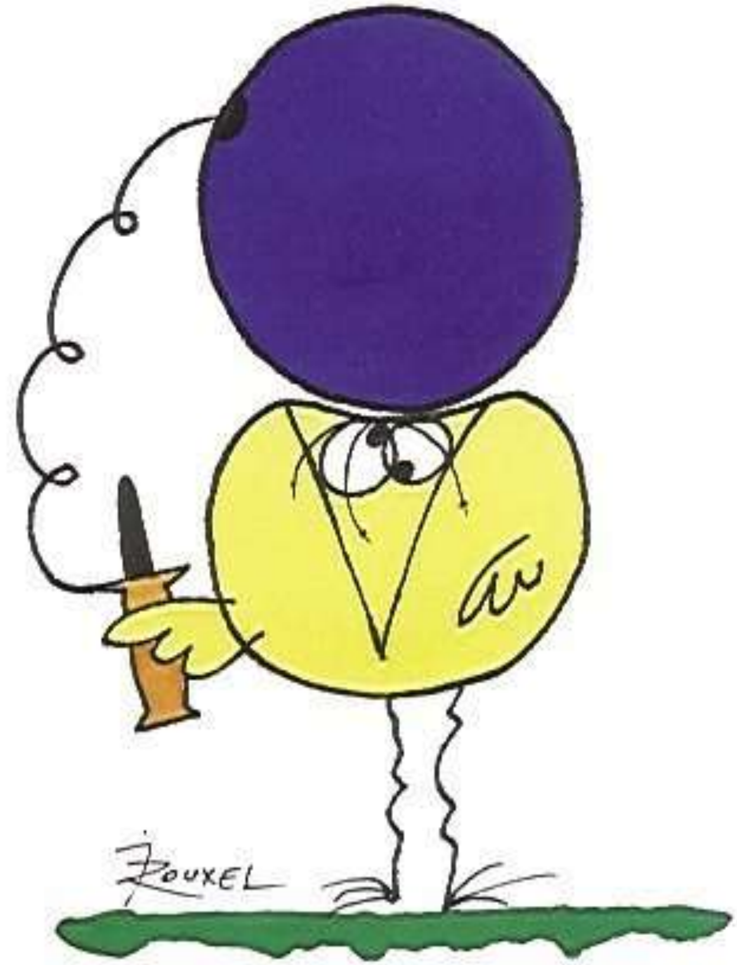
- les probabilités, c’est chouette : utiles en sciences, dans la société, intéressant en soi ;

- la recherche, c’est chouette : un métier varié, passionnant, où l’on apprend sans cesse ;

- transmettre cette passion, c’est chouette aussi : enseigner, venir vous voir aujourd’hui, …

Merci de votre attention !

Les devises Shadok



EN ESSAYANT CONTINUELLEMENT
ON FINIT PAR RÉUSSIR. DONC:
PLUS ÇA RATE, PLUS ON A
DE CHANCES QUE ÇA MARCHE.

les shadoks
Jacques Rouxel