

COLLOQUE TOURNANT DU GDR TLAG

Théorie de Lie Algébrique et Géométrie

Versailles 7-8-9 février 2018

Programme

Tous les exposés auront lieu en **amphi F** du bâtiment Fermat au Campus de l'UFR des Sciences, 45 Avenue des Etats-Unis 78000 Versailles.

Mercredi 7 février

- 13h30–14h00 Enregistrement
14h00–14h10 Accueil des participants/annonces
14h10–15h00 **Benjamin Schraen** : *Le socle localement analytique dans la correspondance de Langlands p -adique*
15h10–16h00 **Lucie Jacquet-Malo** : *Structure de modèle sur les catégories de Frobenius ou exactes, et théorème de Quillen*
16h00–16h30 Pause Café
16h30–17h20 **Aktham Mula Mohamad** : *Éléments caractéristiques des systèmes de fusion*

Jeudi 8 février

- 10h00–10h50 **Thomas Mégarbané** : *Étude des représentations automorphes des groupes linéaires*
11h00–11h50 **Benoit Loisel** : *Génération minimale explicite de certains groupes pro- p linéaires*
11h50–13h40 Déjeuner au restaurant du CROUS
13h40–14h30 **Baptiste Rognerud** : *Autour de la matrice de Coxeter de certains ensembles ordonnés*
14h40–15h30 **Salvatore Stella** : *Les monômes amassés sont des mineurs généralisés*
15h30–16h00 Pause Café
16h00–16h50 **Thomas Gerber** : *Cristaux et espaces de Fock de niveau supérieur*
17h00–17h50 **Emily Norton** : *Crystals, higher-level Fock spaces, and representations of Cherednik algebras*
19h30 Dîner de la conférence au restaurant “Le Boeuf à la mode”

Vendredi 9 février

- 10h00–10h50 **Tristan Bozec** : *Composantes irréductibles du cône global nilpotent*
11h00–11h50 **Kevin Langlois** : *Champs horosphériques*
11h50–13h40 Déjeuner au restaurant du CROUS

COLLOQUE TOURNANT DU GDR TLAG

Théorie de Lie Algébrique et Géométrie

Versailles 7-8-9 février 2018

Résumés des exposés

Tristan BOZEC (Université Claude Bernard Lyon 1) :

Composantes irréductibles du cône global nilpotent

Résumé : Étant donnée une courbe X de genre g , le champ de modules des faisceaux de Higgs de rang r et degré d est de dimension $2(g-1)r^2$. Il peut être vu comme le champ cotangent au champ des faisceaux cohérents de type (r, d) sur X , et Laumon a prouvé que le sous-champ des paires de Higgs nilpotentes est Lagrangien. Ce sous-champ est un analogue global du cône nilpotent, et c'est la fibre au-dessus de 0 de l'application de Hitchin. Il est très singulier, et une première étape intéressante dans sa compréhension consiste en l'étude de ses composantes irréductibles. Cette étude est motivée par un résultat reliant le nombre des composantes stables (relativement à la pente usuelle) à la valeur en 1 du polynôme de Kac associé au carquois à un sommet et g boucles (conjecture de Hausel, Letellier, Rodriguez Villegas prouvée par Mellit), ainsi que la conjecture $W = P$ (de Cataldo, Hausel, Migliorini). Je donnerai une description combinatoire de ses composantes, et expliquerai lesquelles subsistent dans le lieu semistable (par rapport à la pente habituelle).

Thomas GERBER (RWTH Aachen) :

Cristaux et espaces de Fock de niveau supérieur

Résumé : Dans les années 90, Kashiwara a introduit la notion de cristal pour les représentations intégrables des groupes quantiques. Encodé dans un graphe, le cristal de Kashiwara reflète au niveau combinatoire certaines propriétés algébriques de la représentation. Pour une représentation particulière, l'espace de Fock, j'expliquerai l'existence d'un nouveau type de cristal provenant de l'action de l'algèbre de Heisenberg quantique, ses analogies avec le cristal de Kashiwara, et comment le calculer explicitement.

Il s'agit d'un objet important car ensemble, les deux types de cristaux (Kashiwara et Heisenberg) permettent de résoudre par catégorification des problèmes fondamentaux en théorie des représentations modulaires (des groupes de réflexions et algèbres de Hecke ainsi que des groupes classiques finis).

Il s'agit en partie de travaux en commun avec Emily Norton.

Lucie JACQUET-MALO (Université de Picardie Jules Verne) :

Structure de modèle sur les catégories de Frobenius ou exactes, et théorème de Quillen

Résumé : Buan, Marsh et Reiten en 2008, ont démontré un résultat intéressant à propos des catégories triangulées. Si C est une catégorie triangulée, et T un objet amas-basculant, alors le quotient de C par ΣT est une catégorie de modules. On démontre ici un résultat similaire pour les catégories de Frobenius, et plus généralement exactes.

L'idée est la suivante: Quillen a démontré en 1967 que, si C est une catégorie de modèles, alors sa localisation (obtenue à partir de C en inversant toutes les équivalences faibles) est équivalente à la sous-catégorie des objets fibrants et cofibrants (à homotopie près). Palu en 2014 a démontré que l'on pouvait munir une catégorie triangulée d'une structure de modèle faible. A partir de la réflexion selon laquelle la catégorie stable d'une catégorie de Frobenius est triangulée, nous chercherons à munir une catégorie E de Frobenius d'une structure de modèle, puis utilisons le théorème de Quillen pour démontrer que la localisation de E est une catégorie de modules. Si le temps le permet, nous montrerons que, bien que les catégories exactes ne soient pas munies d'une structure de modèle, elles vérifient le théorème de Quillen.

Kevin LANGLOIS (Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf) :

Champs horosphériques

Résumé : Cet exposé provient d'un travail en collaboration avec Ariyan Javanpeykar et Ronan Terpereau. L'étude des plongements équivariants de tores dans des variétés algébriques, également appelées variétés toriques, est un sujet bien connu de la géométrie algébrique. Dans un travail récent, Geraschenko et Satriano ont considéré les plongements équivariants de tores dans les champs algébriques et ont prouvé qu'ils sont toujours des champs quotients de variétés toriques. Dans cet exposé, nous expliquerons comment leur résultats peuvent s'étendre à la plus grande classe des champs horosphériques. L'exposé comprendra également une initiation accélérée aux champs algébriques.

Benoît LOISEL (ENS Lyon) :

Génération minimale explicite de certains groupes pro- p linéaires

Résumé : On se donne un groupe semi-simple G défini sur un corps local K non-archimédien, typiquement $\mathrm{SL}_n(\mathbb{Q}_p)$, de caractéristique résiduelle p . On peut interpréter les sous-groupes pro- p maximaux de $G(K)$ au moyen de l'action du groupe $G(K)$ sur son immeuble de Bruhat-Tits. Ces sous-groupes jouent un rôle analogue à celui des p -Sylow d'un groupe fini et sont, en particulier, deux à deux conjugués. Dans cet exposé, en s'appuyant sur les immeubles et les modèles entiers des groupes réductifs, introduits par Bruhat et Tits, on va décrire les sous-groupes pro- p maximaux de $G(K)$. Sous de bonnes hypothèses, on pourra alors décrire explicitement une famille minimale de générateurs topologiques d'un sous-groupe pro- p maximal. Le nombre minimal de ces générateurs topologiques est alors linéaire en une certaine donnée combinatoire définie à partir de G , à savoir le rang d'un certain système de racines bien choisi.

Thomas MÉGARBANÉ (Institut Joseph Fourier Grenoble)

Étude des représentations automorphes des groupes linéaires

Résumé : L'objectif de cet exposé est de présenter une méthode pour étudier les représentations automorphes sur les groupes linéaires, et plus particulièrement de calculer leurs paramètres de Satake. On s'intéressera plus spécifiquement aux représentations automorphes algébriques, régulières, autoduales, découvertes récemment par Chenevier et Renard. On présentera dans un premier temps les formes automorphes des groupes SO_n , vues comme fonctions sur des réseaux bien choisis, ainsi que l'action d'opérateurs de Hecke associés à la notion de voisins de Kneser. On verra ensuite comment sont caractérisées les représentations automorphes de SO_n engendrées par ces formes automorphes, avec une expression de leurs paramètres de Satake à l'aide de valeurs propres d'opérateurs de Hecke, suivant l'étude de Gross de l'isomorphisme de Satake. Enfin, la théorie d'Arthur permettra, et légitimera, le passage aux paramètres de Satake des représentations des groupes linéaires qui nous intéressent.

Aktham MULA MOHAMAD (Université de Picardie Jules Verne) :

Éléments caractéristiques des systèmes de fusion

Résumé : Soit p un nombre premier. Un système de fusion F sur un p -groupe fini S est une catégorie où les objets sont des sous-groupes de S et les morphismes sont des homomorphismes injectifs qui vérifient certaines conditions. L'exemple classique d'un système de fusion est donné en prenant un p -sous-groupe S d'un groupe fini G et en conditionnant tous les homomorphismes entre ces sous-groupes induits par conjugaison par des éléments de G . Quand on a certaines propriétés supplémentaires de maximalité et d'extension sur un système de fusion, on dit que celui-ci est saturé. Dans l'exemple, ceci correspond au cas où S est un p -sous-groupe de Sylow de G .

Pour tout système de fusion saturé F sur un p -groupe S , Linckelmann et Webb ont introduit la notion de $(S; S)$ -bi-ensemble caractéristique. Dans le cas où F est saturé, C. Broto, R. Levi et B. Oliver ont démontré l'existence d'un tel $(S; S)$ -bi-ensemble caractéristique qui est contenu dans l'anneau de Burnside double $A(S; S)$. Dans le cas d'un système de fusion non-saturé on a une notion analogue de $(S; S)$ -bi-ensemble semi-caractéristique.

Des résultats importants sur les anneaux de Burnside simple et double d'un système de fusion saturé ont été trouvés par S. Reeh en utilisant les propriétés des bi-ensembles et idempotents caractéristiques. Dans cet exposé, je vais présenter des résultats similaires, en utilisant les bi-ensembles semi-caractéristiques des systèmes de fusion non-saturés, et les idempotents semi-caractéristiques introduits par R. Boltje et S. Danz.

Emily NORTON (Max Planck Institute for Mathematics Bonn) :

Crystals, higher-level Fock spaces, and representations of Cherednik algebras

Résumé : Information about representations of cyclotomic rational Cherednik algebras, such as finite-dimensionality, is encoded in two commuting crystals on a higher level Fock space. These two crystals arise from induction and restriction functors to different types of parabolics. I will focus on the crystal which comes from a categorical action of a Heisenberg algebra on the Category $\mathcal{O}$ of the Cherednik algebra. The categorical action is due to Shan-Vasserot, and the crystal is due to Losev, who also introduced a way to compute it using wall-crossings. However, no one had found a direct combinatorial rule for the action of the crystal operators on an arbitrary charged multipartition. I will explain the rule, which builds on previous work of Thomas Gerber, as well as some representation-theoretic consequences.

This is joint work with Thomas Gerber.

Baptiste ROGNERUD (Universität Bielefeld) :

Autour de la matrice de Coxeter de certains ensembles ordonnés

Résumé : On peut associer, de façon élémentaire, une matrice à chaque ensemble ordonné fini que l'on appelle matrice de Coxeter. Deux questions naturelles se posent alors : sous quelle(s) condition(s) cette matrice est-elle d'ordre fini et sous quelles conditions les matrices de Coxeter de deux ensembles ordonnés sont-elles conjuguées ?

Dans cet exposé, je développerai certains outils algébriques qui permettent de mieux appréhender ces questions. Nous verrons que ces outils permettent de répondre à ces questions dans de nombreux exemples.

Benjamin SCHRAEN (Ecole Polytechnique) :

Le socle localement analytique dans la correspondance de Langlands p -adique

Résumé : Dans cet exposé je présenterai un résultat obtenu en collaboration avec Christophe Breuil et Eugen Hellmann. Il s'agit de déterminer une partie du socle de la représentation localement analytique p -adique de $GL(n, \mathbb{Q}_p)$ associée à une représentation galoisienne cristalline en p . La description de ce socle est donnée en termes de théorie de Hodge p -adique.

Salvatore STELLA (University of Haifa) :

Les monômes amassés sont des mineurs généralisés

Résumé : Dans cet exposé, nous discutons la réalisation des algèbres amassées acycliques comme algèbres de coordonnées de certaines doubles cellules de Bruhat dans les groupes de Kac-Moody. En utilisant leurs g -vecteurs, nous montrons que tous les monômes amassés, en type fini et affine, sont des restrictions de mineurs généralisés définis à partir de certaines représentations intégrables.

En type $A_1^{(1)}$, nous réalisons toutes les bases canoniques connues comme monômes amassés ; les écarts entre elles sont justifiés par les paramètres continus apparaissant dans la classification des représentations de niveau 0 du groupe associé.

Enfin, nous expliquons comment notre résultat met en évidence un parallèle entre la classification des représentations d'un carquois et celle des représentations du groupe de Kac-Moody associé.

(Travail en commune avec D. Rupel et H. Williams)