Une solution globale pour l'équation modélisant l'écoulement dans les milieux granulaires avec un champ de vecteur général

September 5, 2017

Résumé

L'objetif de cette présentation est de montrer que l'équation suivante

$$\begin{cases} \partial_t f = \Delta f + \operatorname{div}(x\, f) + \operatorname{div}(\nabla(a * f) f) \\ f(0,x) = f_0 \end{cases} \tag{0.1}$$

eq:1.1

est bien posée. Cette équation est utilisée pour modéliser les écoulements dans les milieux granulaires. Dans cette étude nous considérons un champ de vecteur a général. Il s'agira dans un premier temps de montrer que le semi-groupe $(S_L(t))_{t\geq 0}$ engendré par l'opérateur $(L, D(L))$ suivant

$$Lf := \Delta f + \operatorname{div}(x\, f) \quad \text{et} \quad D(L) := \Big\{ u \in L^2_{K_\alpha}(\mathbb{R}^d) |\, L\, f \in L^2_{K_\alpha}(\mathbb{R}^d) \Big\}$$

est analytique. Ici nous entendons par $L^p_{K_\alpha}(\mathbb{R}^d)$ l'espace de Lebesgue défini comme suit

$$L^2_{K_\alpha} := \left\{ f \in L^2(\mathbb{R}^d) |\, \int_{\mathbb{R}^d} |f|^2 \exp\big(\alpha \frac{|x|^2}{2}\big) \right\},$$

où α est un réel strictement positif. Ensuite par une méthode du point fixe nous montrerons que le problème non linéaire admet une unique solution.