

Contrôle et Dispersion des Ondes

Versailles
15 et 16 juin 2017

Judi 15 Juin 2017 :

- **9h 15– 9h30 : Accueil des participants**
- **9h30-10h20 : P. Souplet :
Comportement des solutions d'équations
de Hamilton-Jacobi diffusives.**

Dans cet exposé, je passerai en revue un certain nombre de résultats récents sur les équations de Hamilton-Jacobi diffusives, de la forme $u_t - Au = |\nabla u|^p$, où A est un opérateur de diffusion (éventuellement non linéaire). Ce type d'équations, qui interviennent comme régularisation des équations de Hamilton-Jacobi de la théorie du contrôle, mais aussi dans certains modèles de croissance de surface, donnent lieu à une variété de phénomènes intéressants. Nous nous intéresserons au comportement des solutions globales et non globales, notamment aux phénomènes d'explosion du gradient sur le bord pour les solutions classiques (localisation des singularités, profils asymptotiques), et de perte de conditions aux limites pour les solutions de viscosité.

- **10h20-11h10 : M. Choulli :
Sur le théorème de Borg-Levinson multi-
dimensionnel**

Je ferai un tour d'horizon des progrès récents concernant la version multi-dimensionnelle du théorème de Borg-Levinson, accomplis depuis un article fondateur de Nachmman, Sylvester et Uhlmann, publié en 1988. Pour ces problèmes spectraux inverses, j'exposerai les principaux théorèmes d'unicité et de stabilité et je ferai le lien avec le problème de la détermination du potentiel dans une équation des ondes à partir de l'opérateur de Dirichlet-à-Neumann hyperbolique.

- **11h10-11h30 : Pause café**
- **11h30-12h20 : F. Bethuel :
Ensemble de concentration pour les problèmes multi-puits dans le cas elliptique et en dimension 2**

La formation d'interfaces dans les problèmes multi-puits est maintenant relativement bien comprise dans le cas

scalaire (par exemple dans les modèles d'Allen-Cahn ou de Modica-Mortola). Le cas vectoriel en revanche reste très ouvert, car de nombreuses techniques reposent sur le principe du maximum. Je présenterai quelques avancées sur le cas elliptique deux-dimensionnel.

- **12h20 – 14h30 : Pause déjeuner**
- **14h30-15h20 : S. Kuksin :**
Small-amplitude solutions for space-multiphase Hamiltonian PDEs under periodic boundary conditions

I will discuss the problem of studying the long-time behaviour of small solutions for nonlinear Hamiltonian PDEs on \mathbb{T}^d , and will explain that in certain sense this behaviour in the space-multiphase case ($d > 1$) significantly differs from that for the 1d systems. The talk is based on my recent joint work with H. Eliasson and B. Grebert.

- **15h20-16h10 : V. Perrollaz :**
Stabilisation d'équations hyperboliques non-linéaires

Dans cet exposé, on s'intéressera à des lois de conservations hyperboliques (scalaire ou système). On étudiera le problème de la stabilisation asymptotique dans le cadre des solutions régulières et des solutions entropiques. On montrera en particulier que dans certains cas il est possible d'avoir non seulement une vitesse de stabilisation arbitrairement grande, mais même de stabiliser le système par retour d'état stationnaire en temps fini.

- **16h10-16h40 : Pause café**
- **16h40h-17h30 : N. Tzvetkov :**
Rigidité des lois de conservation pour l'équation de Schrödinger non linéaire

Nous allons présenter un résultat obtenu en collaboration avec Benoit Pausader mettant en évidence une propriété surprenante concernant les lois de conservation de l'équation de Schrödinger non linéaire (NLS). La structure hamiltonienne de NLS donne a priori sur les normes de Sobolev H^s des solutions. Une autre invariance donne aussi une borne a priori sur la norme L^2 des solutions. La question alors est a-t-on des bornes a priori sur les autres normes de Sobolev H^s pour $s \neq 0$ et 1 ? Cette question a été popularisée en particulier par J. Bourgain dans les années 1990 et semble liée au phénomène de «turbulence faible». En dimension 1, il est connu depuis les travaux de Zakharov-Shabat que NLS peut s'écrire sous la forme de Lax. Par conséquent, on obtient que les normes de Sobolev de chaque solution restent bornées. Notre résultat montre qu'en dimension trois nous pouvons bien construire des solutions de NLS qui ne sont pas bornées dans H^s , pour $s > 1$ et même pour certains $s \in (0, 1)$. Cela montre une rigidité remarquable des lois de conservation pour NLS en dimension 3. Ces

solutions sont périodiques par rapport à deux des variables et localisées par rapport à la troisième variable. Ce résultat est basé sur une combinaison subtile d'un phénomène de type diffusion d'Arnold et un résultat de diffusion modifiée à valeurs vectorielles.

- **17h45-19h : Drink and food party**

Vendredi 16 Juin 2017 :

- **9h30-10h20 : S. Nicaise :**
Dispersive effects for the Schrödinger equation in the tadpole graph

We consider the free Schrödinger group on the tadpole graph. We first show that the time decay estimates $L^1 \rightarrow L^\infty$ is in $|t|^{-1/2}$ with a constant independent of the circumference of the circle. Our proof is based on an appropriate decomposition of the kernel of the resolvent. Further we derive a dispersive perturbation estimate, which proves that the solution on the queue of the tadpole converges uniformly, after compensation of the underlying time decay, to the solution of the Neumann half-line problem, as the circle shrinks to a point.

- **10h20-11h10 : P. Gravejat (Univ. Cergy-Pontoise) :**
Le régime Sine-Gordon de l'équation de Landau-Lifshitz

L'équation de Landau-Lifshitz décrit la dynamique de la magnétisation dans un matériau ferromagnétique. L'objectif de cet exposé est de présenter un résultat établi en collaboration avec André de Laire (Université de Lille), dans lequel nous décrivons un régime de type onde longue pour l'équation de Landau-Lifshitz pour lequel elle se comporte comme l'équation de Sine-Gordon.

- **11h10-11h30 : Pause café**
- **11h30-12h20 : E. Trélat (Univ. Paris 6) :**
Propriétés d'observabilité des ondes

Je décrirai quelques résultats obtenus récemment sur les ondes avec domaine d'observation ou de contrôle interne : - Contrôlabilité et observabilité des ondes par un domaine variable en temps (avec Gilles Lebeau, Jérôme Le Rousseau et Peppino Terpolilli).

- Estimation de la constante d'observabilité des ondes en temps grand (avec Emmanuel Humbert et Yannick Privat) : $C_{T/T}$ converge vers le minimum de deux quantités, l'une spectrale et l'autre géométrique. Je présenterai quelques conséquences sur la caractérisation des variétés de Zoll.

- **12h20 : Clôture et déjeuner**